2) a) $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}0\\3\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}-3\\0\\3\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{AE}\wedge\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}9\\-9\\9\end{pmatrix}$.

b) $V_{(OAEG)}=\frac{1}{6}\left|\left(\overrightarrow{AE}\wedge\overrightarrow{AG}\right).\overrightarrow{AO}\right|$ avec $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-3\\0\\0\end{pmatrix}$

$=\frac{1}{6}\left|-27+0+0\right|=\frac{27}{6}=\frac{9}{2}$.

3) a) $\overrightarrow{AE}\wedge\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}9\\-9\\9\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de P et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3\\-3\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (CD)

Donc $\overrightarrow{AE}\wedge\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{CD}$, d'où $\overrightarrow{AE}\wedge\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, ainsi $P\perp(CD)$.

b) Soit $P': x-y-z-3=0$

⇨ $3-0+0-3=0$ donc $A\in P'$.

⇨ $3-3+3-3=0$ donc $E\in P'$.

⇨ $0-0+3-3=0$ donc $G\in P'$.

Or $(AEG)=P=P'$, ainsi $P: x-y+z-3=0$.

Autrement : $\overrightarrow{AE}\wedge\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}9\\-9\\9\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de P, donc $P: 9x-9y+9z+d=0$,

Or $A(3,0,3)\in P$ signifie $9\times3-9\times0+\times0+d=0$ signifie $d=-27$

Donc $P: 9x-9y+9z-27=0$ signifie $P: x-y+z-3=0$.

4) a) $(S): x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z+6=0$

signifie $(S):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=-6+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2$

signifie $(S):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$.

Ainsi (S) est une sphère de centre $\Omega\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ et de rayon $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) $\Omega\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$, $P: x-y+z-3=0$ donc $d(\Omega,P)=\frac{\left|\frac{3}{2}-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}-3\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$d(\Omega,P)=R$. Ainsi (S) et P sont tangents en H.

Soit $H(x,y,z)$ le projeté orthogonal de Ω sur P.

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn

Librairie Devoir.TN
53 04 42 33 | 99 06 27 69